hanno a tipo le due

segue

nti :

d^2H

Nel nostro caso H = i, H_1 = R sen h-^- , £T$_2$ = R sen h -~- sen p$_x$, e per questi valori le prime tre equazioni riescono identicamente soddisfatte, ma le seconde lo sono solamente nel caso di JR —co. Dunque l'espressione (i8) non può appartenere all'elemento lineare dell'ordinario spazio euclideo e le formole appoggiate ad essa non possono essere costruite cogli enti forniti dall'ordinaria geometria.

Per completare la dimostrazione dell'impossibilità di conseguire una costruzione della stereometria non euclidea, senza uscire dal campo della geometria ordinaria, bisognerebbe poter escludere la possibilità di attingerla altrove che in una estensione del metodo seguito per la planimetria. Noi non pretendiamo di provare che ciò non si possa assolutamente fare : diciamo solo che la cosa ci sembra molto improbabile.

Abbiamo detto di passaggio che l'espressione (i 8) serve di base ad una completa interpetrazione analitica della stereometria non-euclidea. Questa interpetrazione viene da noi indicata altrove *). Qui facciamo solamente osservare che ponendo nella (i8) t = cost. si ottiene l'espressione dell'elemento lineare di una superficie reale di curvatura costante negativa ; talché quella superficie sulla quale abbiamo veduto verificarsi i teoremi della planimetria non-euclidea, può considerarsi come esistente tanto nello spazio ordinario, quanto nello spazio non-euclideo.

NOTA I.

La riduzione dell'elemento lineare di una superficie di curvatura costante negativa alla forma sotto la quale esso viene usato nelle presenti ricerche, si fonda sopra i ri-

*) In uno scritto che deve comparire sugli Annali di Matematica pura ed applicata [serie 2ª, t. II (1868-69), pag. 232; oppure queste OPERE, voi. I, pag. 406], dove i principii più generali della geometria non-euclidea sono considerati indipendentemente dalle loro possibili relazioni cogli ordinarii enti geometrici.

Col presente lavoro abbiamo avuto principalmente in animo di attirare qualche interesse sopra tali ricerche, offrendo lo sviluppo di un caso nel quale la

geometria astratta trova riscontro nella concreta ; ma non vogliamo omettere di dichiarare che la validità del nuovo ordine di concetti non è punto subordinata alla possibilità o meno di un cosiffatto riscontro.